

УДК 519.6

А. П. Громик, викладачПодільський державний аграрно-технічний університет,
м. Кам'янець-Подільський**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТАЦІОНАРНОГО
ТЕПЛОПЕРЕНОСУ В ПРОЦЕСАХ ВИПІКАННЯ ТОНКИХ
ПЛОСКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІСЛОВИХ ЗАГОТОВОК**

Розглянуто математичну модель стаціонарного теплопереносу в процесах випікання тонких плоских циліндричних тістових заготовок. Проведено числове моделювання і аналіз стаціонарних температурних полів для нагрівальної плити і заготовки з точки зору забезпечення більшої рівномірності нагріву за різними напрямками із врахуванням частотних характеристик нагрівання.

Ключові слова: *теплоперенос, перетворення Фур'є, температурні поля.*

Вступ. Процеси переносу тепла є одним з основних розділів сучасної науки, і крім атомної енергетики та космічної техніки, мають велике значення в станційній і промисловій енергетиці, радіотехніці, електроніці, зварювальному виробництві, при розрахунку конструктивних елементів машин, нагрівальних пристроїв, інженерних споруд, в технологічних процесах будівельної, легкої та інших галузей промисловості.

Дослідженню загальних питань теорії теплопровідності присвячено багато наукових праць [2; 5—8; 10]. У меншій мірі можна вважати закінченими і систематизованими результати досліджень термопружного стану тонких пластин [5, 6], які широко застосовуються в сучасній техніці. Але в усіх цих працях вивчається вплив на термопружний стан тонкої пластини одного з факторів (дія зосередженого чи рухомого теплового джерела, теплообмін через бічну поверхню, тепловий режим на межі і т. д.), а в роботі [6] на перший план поставлено виведення термомеханічних рівнянь та крайових умов для ізотропних та анізотропних пластин з урахуванням залежності фізико-механічних характеристик матеріалу від температури.

Постановка задачі. Розглядається процес теплопереносу для процесів випікання тонких циліндричних тістових заготовок товщиною δ_1 в електричній печі циліндричної конструкції, схематизація якого подана на рис. 1.

Циліндрична тістова заготовка товщиною δ_1 знаходиться на електричній плиті відповідної їй циліндричної конструкції товщиною δ_2 , що рівномірно нагріває заготовку до встановленої температури T_0 через систему неперервно розподілених осесиметричних темпера-

турних джерел (у вигляді центрально симетричних теплових кіл) всередині листа електроплити. Припускається, що робоча область є добре ізольована, тобто відсутній теплообмін через бічні поверхні.

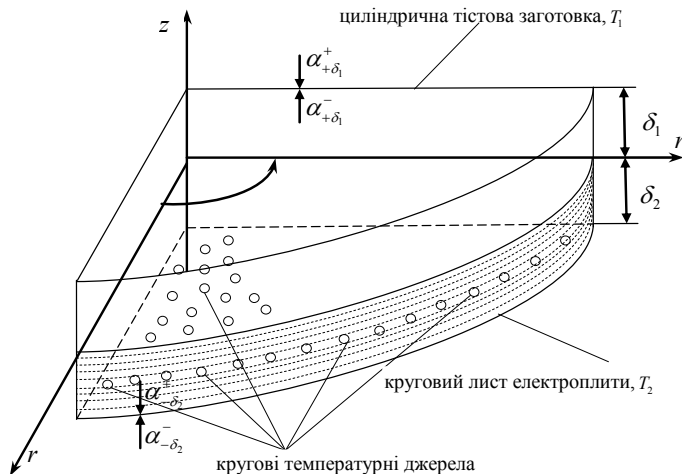


Рис. 1. Схематизація робочої області теплопереносу для процесу випікання тонкої циліндричної плоскої тістової заготовки в електропечі циліндричної конструкції

Математичний опис проблеми. На підставі системи диференціальних рівнянь в частинних похідних параболічного типу [6], температурний баланс розглядуваного процесу теплопереносу може бути описаний за допомогою крайової задачі: побудувати в області $D = \{(r, \varphi, z) : r \in (0, R), 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 < z < \delta_1\}$ обмежений розв'язок системи диференціальних рівнянь з частинними похідними [1]

$$\begin{cases} \Lambda_1 \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) T_2(r, \varphi, z) = \alpha_- T_1(r, \varphi), \\ \Lambda_2 \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) T_1(r, \varphi) - \frac{12}{r_z} T_1(r, \varphi) + f_2(r, \varphi) = 3\alpha_- T_2(r, \varphi, z), \end{cases} \quad (1)$$

з крайовими умовами (умова симетрії та умова теплонепроникності) на ділянках межі області

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 ; \quad \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 ; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial T_2}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 ; \quad \left. \frac{\partial T_2}{\partial z} \right|_{z=\delta_1} = 0 ; \quad (3)$$

де $T_2(r, \varphi, z)$ — температурний розподіл в плоскій тістовій заготовці;
 $T_1(r, \varphi)$ — температурний розподіл в листі електроплити печі. Опис усіх використаних констант кінетики теплопереносу поданий в [6].

Тут справедливі співвідношення:

$$\Lambda_i = \lambda_i (\delta_1 + \delta_2), \quad r_z = r_{-\delta_2} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{\lambda_2};$$

$$\alpha_+ = \alpha_{+\delta_1}^+ + \alpha_{+\delta_1}^-; \quad \alpha_- = \alpha_{-\delta_2}^+ + \alpha_{-\delta_2}^-; \quad (4)$$

Виходячи з прийнятої схематизації робочої області процесу, справедливі також такі співвідношення:

$$\alpha_+ = 0; \alpha_- = \alpha_{-\delta_2}^+; \left(\alpha_{+\delta_1}^+ = \alpha_{+\delta_1}^- = \alpha_{-\delta_2}^- \equiv 0 \right);$$

$f_2(r, \varphi)$ — описує просторово розподілені концентраційні теплові (температурні) джерела неперервного типу в круговій плиті вздовж радіусу r .

Моделюючи процес теплопереносу, можна розглядати такі практично важливі конструктивні схеми неперервно розподілених теплових джерел в електропластині:

1) косинусоїдальний (синусоїдальний) розподіл теплових джерел в плиті вздовж радіальної координати r :

$$f(r, \varphi) = T_0 \cdot \cos \nu_1 r, \quad (5)$$

2) двовимірний косинусоїдальний розподіл за координатами r і φ :

$$f(r, \varphi) = T_0 \cdot \cos \nu_1 r \cdot \cos \nu_2 \varphi. \quad (6)$$

Тут ν_1, ν_2 — частотні (густинні) характеристики просторового розподілу температурних джерел відповідно вздовж радіальної і кутової координат r і φ .

При моделюванні з метою узагальнення та поширення отриманих вислідів на інші важливі області переносу розглядатимемо температурні розподіли T_1, T_2 як безрозмірні.

Температурні профілі. З урахуванням співвідношень (4) та ввівши (з метою як узагальнення результатів моделювання так і спрощення самого процесу моделювання) нові узагальнюючі кінетичні параметри і позначення:

$$\Gamma_1 = \alpha_- \cdot \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2) \cdot \lambda_1};$$

$$\Gamma_2 = \alpha_- \cdot \frac{12}{(\delta_1 + \delta_2)^2}; \quad (7)$$

$$\Gamma_3 = 3 \cdot \alpha_- \cdot \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2) \cdot \lambda_2};$$

$$\mathcal{F}_2(r, \varphi) = \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2) \cdot \lambda_2} f_2(r, \varphi) ; \theta_0 = T_0 \cdot \frac{1}{(\delta_1 + \delta_2) \lambda_2} ,$$

систему диференціальних рівнянь (1) зведемо до вигляду:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) T_2(r, \varphi, z) - \Gamma_1 \cdot T_1(r, \varphi) = 0, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) T_1(r, \varphi) - \Gamma_2 T_1(r, \varphi) - \Gamma_3 T_2(r, \varphi, z) = -\mathcal{F}_2(r, \varphi). \end{cases} \quad (8)$$

Застосуємо до крайової задачі (8), (2), (3) скінченне інтегральне перетворення Фур'є щодо кутової змінної [9]:

$$F_m[T_i(r, \varphi)] = \int_0^{2\pi} T_i(r, \varphi) e^{-im\varphi} d\varphi = T_{i_m}(r), i = \overline{1, 2}, \quad (9)$$

$$F_m^{-1}[T_{i_m}(r)] = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \operatorname{Re}(T_{i_m}(r) e^{im\varphi}) \equiv T_i(r, \varphi), \quad (10)$$

$$F_m\left[\frac{\partial^2}{\partial^2 \varphi} T_i(r, \varphi)\right] = -m^2 \cdot T_{i_m}(r), \quad (11)$$

де $\varepsilon_m = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 2, & m = \overline{1, \infty} \end{cases}$; $i, j = \overline{1, 2}$, $\operatorname{Re}(\dots)$ — дійсна частина виразу щодо φ .

У результаті застосування інтегрального перетворення, визначеного формулою (9) та внаслідок основної тотожності (11) одержуємо крайову задачу про побудову обмеженого розв'язку системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) T_{2_m}(r, z) - \Gamma_1 \cdot T_{1_m}(r) = 0, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \right) T_{1_m}(r) - \Gamma_2 \cdot T_{1_m}(r) - \Gamma_3 \cdot T_{2_m}(r) = -\mathcal{F}_{2_m}(r) \end{cases} \quad (12)$$

з крайовими умовами (умова симетрії та умова теплонепроникності) на межі теплопереносу:

$$\left. \frac{\partial T_{i_m}}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 ; \left. \frac{\partial T_{i_m}}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad (13)$$

$$\left. \frac{\partial T_{2_m}}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 ; \left. \frac{\partial T_{2_m}}{\partial r} \right|_{z=\delta_1} = 0. \quad (14)$$

Застосуємо до задачі (12)—(14) скінченне інтегральне косинус-перетворення Фур'є [5]:

$$F_c \left[T_i(x_j) \right] = \int_0^{l_j} T_i(x_j) \cos \frac{n\pi}{l_j} x_j dx_j = T_{i_n}, \quad (15)$$

$$F_c^{-1} \left[T_i(x_j) \right] = \frac{1}{l_j} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{j_n} T_{i_n} \cos \frac{n\pi}{l_j} x_j \equiv T_i(x_j) \quad (16)$$

$$F_c \left[\frac{d^2}{dx_j^2} T_i(x_j) \right] = -\beta_{j_n}^2 \cdot T_{i_n}; \quad i, j = \overline{1, 2} \quad (17)$$

де $\varepsilon_{j_n} = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 2, & n=1, \infty \end{cases}$; $\beta_{j_n} = \frac{n\pi}{l_j}$, $V_{j_n}(x) = \cos \beta_{j_n} x$, $\|V_{j_n}\|^2 = \frac{l_j}{2}$ — влас-

ні числа, власні функції та квадрат норми інтегрального перетворення.

У результаті застосування інтегрального оператора, визначеного формулою (15), та внаслідок основної тотожності (17) одержуємо крайову задачу про побудову обмеженого розв'язку неоднорідної системи диференціальних рівнянь Бесселя 2-го порядку

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} - \beta_n^2 \right) T_{2_{mn}}(r) - \Gamma_1 \cdot T_{1_{mn}}(r) = 0, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} - \beta_n^2 \right) T_{1_{mn}}(r) - \Gamma_2 T_{1_{mn}}(r) - \Gamma_3 T_{2_{mn}}(r) = -\mathcal{F}_{2_{mn}}(r) \end{cases} \quad (18)$$

з крайовими умовами (умова симетрії та умова теплонепроникності) на ділянках межі області

$$\left. \frac{\partial T_{i_{mn}}}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial T_{i_{mn}}}{\partial r} \right|_{r=R} = 0. \quad (19)$$

Застосуємо до крайової задачі (18), (19) скінченне інтегральне перетворення Ганкеля першого роду [4]:

$$H_0 \left[T_{i_m}(r) \right] = \int_0^R T_{i_m}(r) J_{\mu}(\eta_k r) r dr = T_{i_{mnk}}, \quad (20)$$

$$H^{-1} \left[T_{i_{mnk}} \right] = \sum_{k=1}^{\infty} T_{i_{mnk}} \frac{J_{\mu}(\eta_k r)}{\|J_{\mu}(\eta_k r)\|^2} \equiv T_{i_{mn}}(r), \quad (21)$$

$$H \left[B_{m^2} \left[T_{i_{mn}}(r) \right] \right] = \int_0^R \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} \right) T_{i_{mn}}(r) J_{\mu}(\eta_k r) r dr = -\eta_k^2 T_{i_{mnk}}, \quad (22)$$

де $J_\mu(\eta_k r)$, $\{\eta_k\}_1^\infty$ — власні функції (циліндричні функції дійсного аргументу 1-го роду μ -го порядку) і власні числа інтегрального перетворення Ганкеля 1-го роду.

У результаті застосування інтегрального перетворення, одержимо алгебраїчну систему рівнянь

$$\begin{cases} (m^2 + \beta_n^2 + \eta_k^2) \cdot T_{2mnk} + \Gamma_1 \cdot T_{1mnk} = 0, \\ \Gamma_3 \cdot T_{2mnk} + \left(\Gamma_2 + (m^2 + \beta_n^2 + \eta_k^2) \right) \cdot T_{1mnk} = \mathcal{F}_{2mnk}. \end{cases} \quad (23)$$

Припустивши, що визначник системи (23)

$$\Delta_{mnk} = (m^2 + \beta_n^2 + \eta_k^2) \cdot \left(\Gamma_2 + (m^2 + \beta_n^2 + \eta_k^2) \right) - \Gamma_1 \Gamma_3 \neq 0, \quad (24)$$

отримаємо єдиний розв'язок [3]:

$$T_{1mnk} = \theta_0 \frac{m^2 + \beta_n^2 + \eta_k^2}{\Delta_{mnk}} \mathcal{F}_{2mnk}, \quad T_{2mnk} = \theta_0 \frac{-\Gamma_1}{\Delta_{mnk}} \mathcal{F}_{2mnk}. \quad (25)$$

Здійснюючи перехід у формулах (25) до оригіналів, і поклавши у якості неперервного температурного розподілу для $f_2(r, \varphi)$ функцію, визначену формулою (6), та виконавши необхідні перетворення, одержимо єдиний обмежений розв'язок задачі (1)—(3):

$$T_1(r, \varphi) = \theta_0 \cdot \int_0^R \int_0^{2\pi} \mathcal{H}_1(r, \rho; \varphi - \psi) \mathcal{F}_2(\rho, \varphi) d\psi d\rho, \quad (26)$$

$$T_2(r, \varphi, z) = \theta_0 \cdot \int_0^R \int_0^{\delta_1} \int_0^{2\pi} \mathcal{H}_2(r, \rho; \varphi - \psi; z, \xi) \mathcal{F}_2(\rho, \varphi) d\psi d\xi d\rho, \quad (27)$$

де компоненти матриці впливу

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1(r, \rho; \varphi) &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m^2 + \beta_n^2 + \eta_k^2}{\Delta_{mnk}} \frac{\sin^2 \beta_n \delta_1}{2\delta_1 \beta_n} \cos m\varphi \frac{J_\mu(\eta_k \rho) J_\mu(\eta_k r)}{\|J_\mu(\eta_k r)\|^2}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_2(r, \rho; \varphi, z, \xi) &= \\ &= \frac{1}{4\pi \delta_1} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{-\Gamma_1 \varepsilon_m \varepsilon_{1_n}}{\Delta_{mnk}} \cos \frac{n\pi z}{\delta_1} \cos \frac{n\pi \xi}{\delta_1} \cos m\varphi \frac{J_\mu(\eta_k \rho) J_\mu(\eta_k r)}{\|J_\mu(\eta_k r)\|^2}. \end{aligned} \quad (33)$$

Числове моделювання і аналіз

На рис. 2—10 подані результати числового моделювання у вигляді циліндрично-просторово розподілених температурних листів для

процесів нагріву циліндричних заготовок у печах з круговими нагрівальними поверхнями із зосередженими на них осесиметричними джерелами вздовж радіальної координати (у вигляді радіальних кіл) точкових джерел нагріву з використанням отриманих і досліджених розв'язків циліндричних моделей тепло переносу, розглянутих в [1]. Як і в попередніх програмних реалізаціях дослідження плоских моделей, просторово-розподілені джерела моделювались аналогічними періодичними впливами вздовж безрозмірної радіальної координати r (в діапазоні від 0 до 1) з частотною тепловою густиною ν_2 , що змінювалась в діапазоні 40-300 м⁻¹. Товщина заготовки бралась 0.05 м

Графіки а) на рис. 2—10 містять графічне зображення просторово розподілених безрозмірних температурних розподілів (листів) вздовж нагрівальної поверхні циліндричної плити із розподіленими всередині плити осесиметричними тепловими джерелами нагріву. Розрахункова товщина плити при числовому моделюванні згідно прийнятих технологічних застосувань взята $l = 0.1$ м. Основним варіативним технологічним параметром при проведенні данного виду числового аналізу є радіальна складова частотної теплової густини ν_2 , що змінювалась в діапазоні 40—300 м⁻¹.

Метою числового моделювання в даній задачі як і попередніх задачах є отримання оптимальних умов та режимів нагріву (випікання) заготовок, що забезпечують в кінцевому рахунку однорідний розподіл температури на поверхні циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$, тобто як вздовж радіальної координати r так і кутової координати φ . Це в свою чергу буде забезпечуватись відповідним розподілом температури на поверхні нагрівальної плити $T_l(r, l)$, необхідну форму поверхні температурного листа, для якої необхідно встановити при моделюванні.

Як видно з графіків а) (рис. 2—10) просторово розподілені безрозмірні температурні розподіли нагрівальної поверхні циліндричної плити при зміні радіальної складової частотної теплової густини ν_2 в діапазоні 40-300 м⁻¹ в значній мірі еволюють від суттєво коливних форм до рівномірних затухаючих форм, забезпечуючи у такий спосіб високий ступінь однорідності нагріву. Так, зокрема, при зміні частотної теплової густини ν_2 від 40-150 м⁻¹, ступінь коливності (величини температурних амплітуд) зменшуються: для лівого краю температурного профілю плити $T_l(r, 0)$ ($z = 0$) від 10—15% до 3—5%, а для правого краю профілю — $T_l(r, l)$ ($z = l$, що відповідає поверхні нагріву, що контактує з циліндричною заготовкою) — від 3—5% до 0.5—1%. При зміні частотної теплової густини ν_2 в діапазоні 150—300 м⁻¹, ступінь коливності температур зменшуються: для лівого краю темпе-

ратурного профілю плити $T_1(r, \theta)$ від 5—3% до 1—0.5%, а для правого краю профілю — $T_1(r, l)$ — від 0.5—0.1%.

Відповідна картина спостерігається і для циліндричних температурних профілів заготовки $T_2(\varphi, r)$ вздовж безрозмірного радіуса циліндричної заготовки r (рис. 2—10, б). Так, при зміні частотної теплової густини ν_2 від 40-150 м^{-1} , ступінь коливності температур $T_2(\varphi, r)$ вздовж безрозмірного радіуса зменшуються від 10—5% до 3—1%. При зміні частотної теплової густини ν_2 в діапазоні 150-300 м^{-1} , ступінь коливності температур $T_2(\varphi, r)$ зменшуються відповідно від 3—1% до 0.3—0.05%.

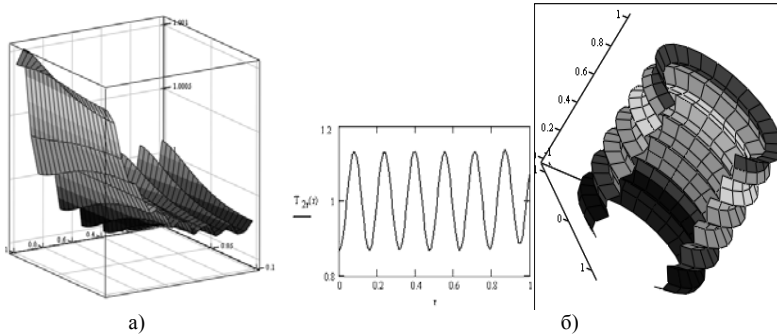


Рис. 2. Просторово-розподілені циліндричні безрозмірні температурні профілі: а) осесиметричний температурний профіль кругової поверхні нагрівальної плити T_1 з точково-розподіленими по радіальній координаті осесиметричними джерелами нагріву; б) двовимірний циліндричний температурний профіль циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$; $\nu_1=40$

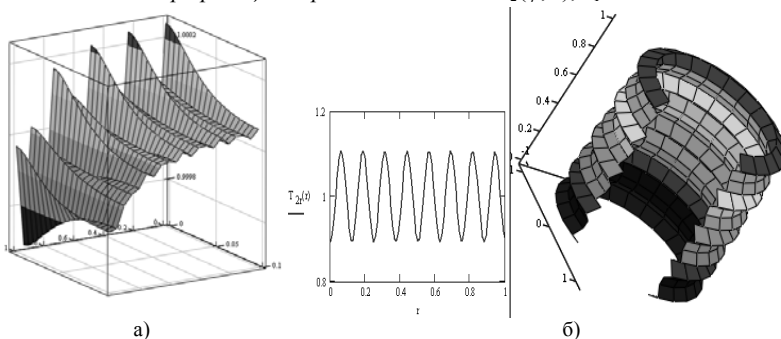


Рис. 3. Просторово-розподілені безрозмірні циліндричні температурні профілі: а) осесиметричний профіль поверхні плити T_1 , б) двовимірний профіль циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$; $\nu_1=50$

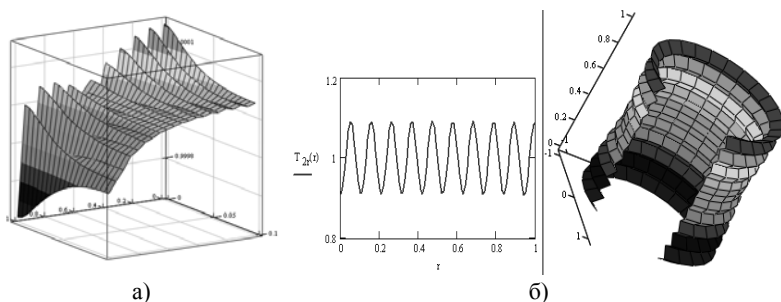


Рис. 4. Просторово-розподілені безрозмірні циліндричні температурні профілі:

- а) осесиметричний профіль поверхні плити T_1 ,
 б) двовимірний профіль циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$; $\nu_1=60$

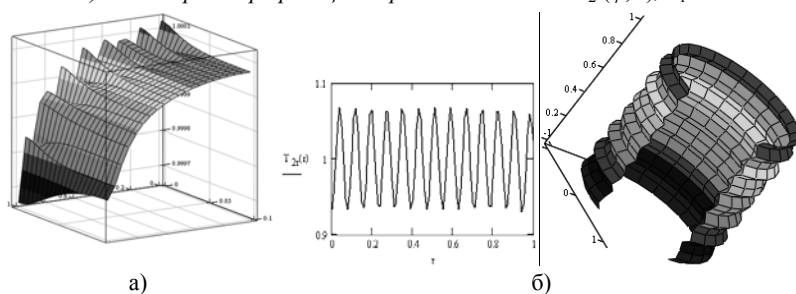


Рис. 5. Просторово-розподілені безрозмірні циліндричні температурні профілі:

- а) осесиметричний профіль поверхні плити T_1 ,
 б) двовимірний профіль циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$; $\nu_1=80$

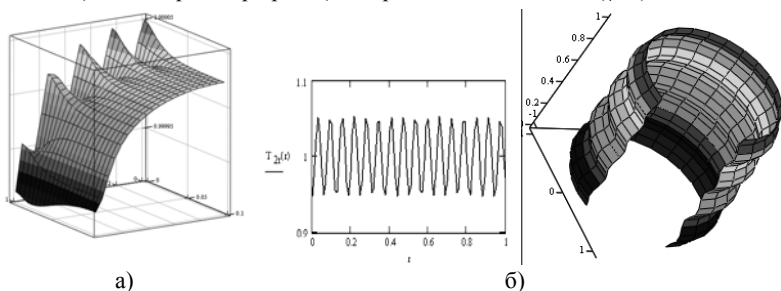


Рис. 6. Просторово-розподілені безрозмірні циліндричні температурні профілі:

- а) осесиметричний профіль поверхні плити T_1 ,
 б) двовимірний профіль циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$; $\nu_1=100$

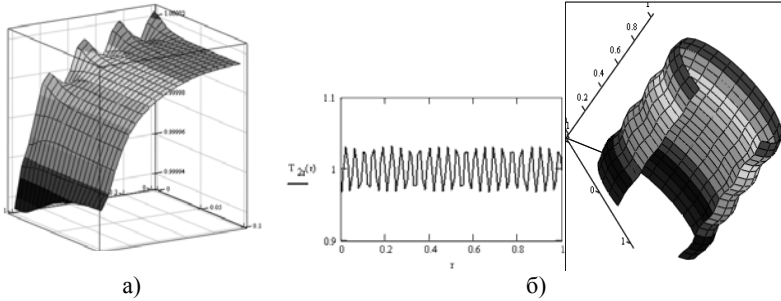


Рис. 7. Просторово-розподілені безрозмірні циліндричні температурні профілі:

- а) осесиметричний профіль поверхні плити T_1 ,
б) двовимірний профіль циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$; $\nu_1=150$

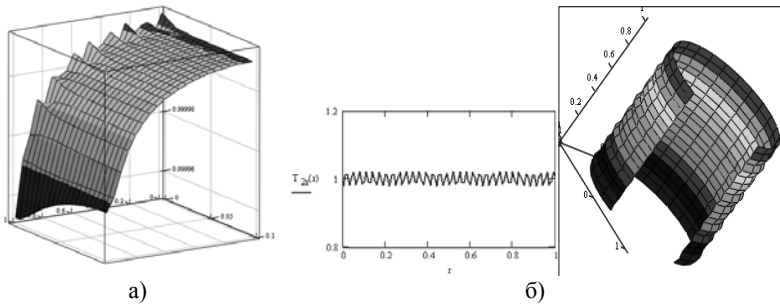


Рис. 8. Просторово-розподілені безрозмірні циліндричні температурні профілі:

- а) осесиметричний профіль поверхні плити T_1 ,
б) двовимірний профіль циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$; $\nu_1=200$

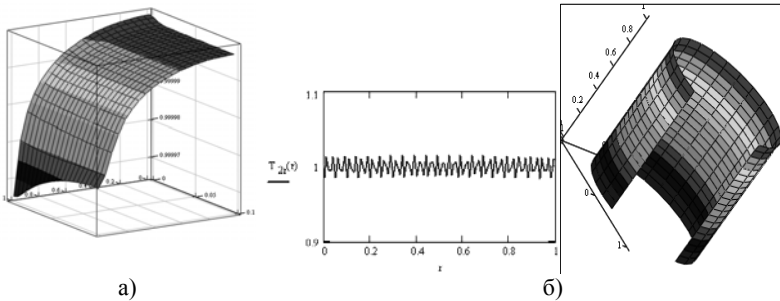


Рис. 9. Просторово-розподілені безрозмірні циліндричні температурні профілі:

- а) осесиметричний профіль поверхні плити T_1 ,
б) двовимірний профіль циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$; $\nu_1=250$

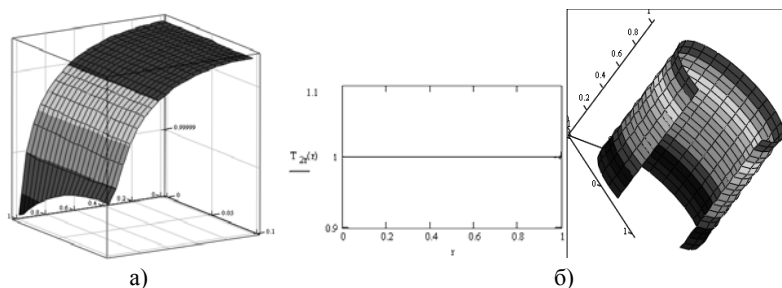


Рис. 10. Просторово-розподілені безрозмірні циліндричні температурні профілі:

- а) осесиметричний профіль поверхні плити T_1 ,
 б) двовимірний профіль циліндричної заготовки $T_2(\varphi, r)$; $v_1=300$

Отже, проведений числовий аналіз дає можливість одержати уточнену візію теплової кінетики для таких складних систем нагріву, отримати візуальні картини температурних полів і їх градієнтів, проводити оцінки та аналіз впливу різних характеристик нагріву на загальний перебіг процесу та в цілому здійснювати оптимальне керування режимами нагріву досліджуваних теплових систем з позиції енергозбереження та інших техніко-технологічних критеріїв.

Висновки. Пропонована методологія математичного моделювання процесів теплопереносу у двов'язних термічних середовищах з різними теплофізичними характеристиками та наявністю просторово розподілених температурних джерел (стоків) та різними крайовими та інтерфейсними умовами теплопереносу (теплообміну, градієнтні умови теплопроникності, теплонепроникності тощо) з використанням таких сучасних ефективних методів математичної фізики і теорії крайових задач (як інтегральні перетворення Фур'є, Лапласа, методів побудови фундаментальних функцій Коші та ін.) дозволяють здійснювати інтенсифікацію внутрішньої кінетики тепломасопереносу з врахуванням впливу конструктивних і режимних параметрів теплопереносу та механізмів впливу теплових джерел, а саме:

- здійснювати числовий аналіз та просторове графічне моделювання, аналізуючи двовимірні температурні розподіли їх градієнти взаємодіючих середовищ (нагрівального і теплоспоживального зокрема) через систему складних інтерфейсних взаємодій на теплообмінних межах;
- шляхом оптимального проектування конструктивних схем просторово розподілених температурних джерел (джерел тепlopостачання, каналів або стоків тепловідведення), вибору характеристик їх інтенсивності (амплітудних і частотних /густинних/) забезпечу-

вати задані технологічні температурні розподіли на необхідних поверхнях технологічних середовищ різної конструкції.

Список використаних джерел:

1. Громик А. П. Стационарна задача теплопроводности в неограниченной тонкой цилиндрично-изотропной пластине / А. П. Громик // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения: сб. науч. тр. НАН Украины. Ин-т математики. — К., 1999. — С. 71—75.
2. Коляно Ю. М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела / Ю. М. Коляно. — К. : Наук. думка, 1992. — 280 с.
3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. — М. : Наука, 1971. — 432 с.
4. Ленюк М. П. Интегральные преобразования с разделенными переменными (Фурье, Ханкеля) / М. П. Ленюк. — К., 1983. — 60 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т математики; 83.4.).
5. Ленюк М. П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях / М. П. Ленюк. — К. : Ін-т математики НАН України, 1997. — 188 с.
6. Подстригач Я. С. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках / Я. С. Подстригач, Ю. М. Коляно. — К. : Наук. думка, 1972. — 308 с.
7. Подстригач Я. С. Термоупругость тел неоднородной структуры / Я. С. Подстригач, В. А. Ломакин, Ю. М. Коляно. — М. : Наука, 1984. — 368 с.
8. Сергиенко И. В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий, В. С. Дейнека. — К. : Наук. думка, 1991. — 432 с.
9. Трантер К. Дж. Интегральные преобразования в математической физике / К. Дж. Трантер. — М. : Гостехтеориздат, 1956. — 204 с.
10. Шилин Г. Ф. Инженерные алгоритмы решения стационарных задач теплопроводности в составных телах / Г. Ф. Шилин. — Иркутск : Изд-во ИГУ, 1983. — 115 с.

Mathematical model of stationary heat transfer for baking processes of thin cylindrical flat pastry blanks are considered. Numerical modeling and analyze of stationary temperature fields for hot plane and blank are conducted with taking into account condition of regular heating for different directions and heating frequencies characteristics.

Key words: *heat transfer, Fourier transformations, temperature fields.*

Отримано 16.10.2010